

**Objectifs :**

Connaître l'impact des intérêts dans le temps  
Savoir trouver la valeur future d'un ou de plusieurs montants établie à une date présente

**Compétences à acquérir :**

Calculer la valeur future de montants présents

**Clientèle cible :**

Tout étudiant de niveau postsecondaire en administration

Est-ce que ça pourrait vouloir dire que je serais capable de savoir combien je devrais épargner chaque année pour me payer une retraite confortable?



Les mathématiques financières servent à reporter ou à ramener dans le temps la valeur d'une ou de plusieurs sommes d'argent, en tenant compte de l'impact des intérêts sur celles-ci.

Le fait de ramener des sommes d'argent dans le temps s'appelle l'actualisation. C'est la capitalisation qui sert à reporter des sommes d'argent dans le temps.

Le présent outil présente la façon de capitaliser un montant unique ou, encore, plusieurs montants versés périodiquement.

On appelle les intérêts la valeur temps de l'argent. Quand on parle de capitalisation d'un montant unique, on met en relation une valeur présente, qui ne contient aucun intérêt, puisqu'il se situe au temps 0, avec une valeur future, c'est-à-dire avec un montant qui inclut des intérêts gagnés avec le temps.

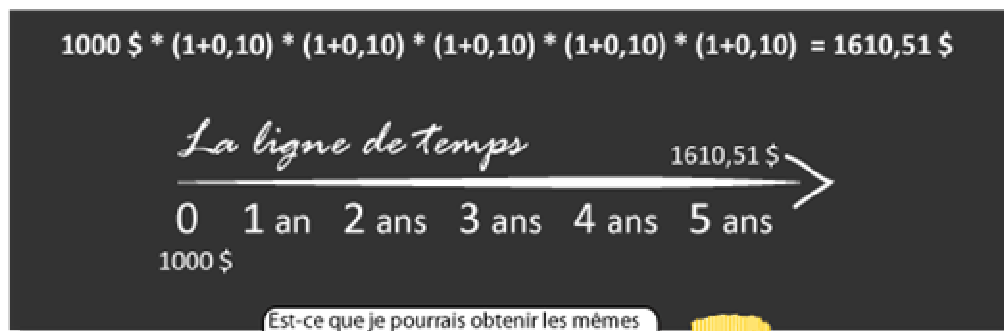
## Par exemple...

Combien est-ce que j'obtiendrai dans 5 ans si j'investi 1 000 \$ aujourd'hui, et que mon placement rapporte un taux de rendement de 10 %. Pour bien représenter les données du problème, il est très utile de dessiner une ligne de temps, telle que présentée ci-dessous, où les montants futurs se retrouvent au-dessus de la ligne, le montant actuel sous la ligne et le montant recherché étant représenté par un « ? » lorsque requis :



**Voyons la façon de calculer cette valeur avec une formule mathématique, avec une table de capitalisation ainsi qu'avec une calculatrice financière.**

La valeur présente (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux de rendement (10 %) sont les valeurs connues. Après un an, le placement vaudra 110 % de sa valeur initiale; un an plus tard, il vaudra 110 % de sa valeur à la fin de la première année, et ainsi de suite. On peut représenter ce calcul de la façon suivante :



Est-ce que je pourrais obtenir les mêmes résultats en utilisant une formule mathématique moins longue?



**La réponse est oui. Une autre formule mathématique peut être utilisée. En effet, comme à chaque année un pourcentage de 110 % est appliqué à la valeur établie l'année précédente, cette multiplication se fait autant de fois qu'il y a de périodes à considérer. Il s'agit donc d'intérêts composés et il est possible de simplifier ce calcul en représentant le nombre d'années par un exposant, qu'on applique au taux d'intérêt auquel on aura ajouté la valeur 1, de cette façon :**

$$1000 \$ * (1+0,10)^5 = 1610,51 \$$$

ou encore,

$$1000 \$ * 1,10^5 = 1610,51 \$$$

**Si j'investis 1 000 \$ aujourd'hui, je recevrai 1 610,51 \$ dans 5 ans étant donné que le taux d'intérêt est de 10 %.**

La valeur actuelle (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux de rendement (10 %) sont les valeurs connues. Lorsqu'on désire faire des calculs avec les tables de capitalisation, on représente les données par les symboles suivants :

Vf = Valeur future recherchée  
 $\overline{x}$  = Le nombre sous le crochet (x) indique le nombre de période  
 $\overline{y}$  = Le nombre après le crochat (y) indique le taux d'intérêt

Ainsi:  $1\ 000 * \overline{5} \overline{10\%} = x$

Cette équation signifie qu'on cherche la valeur future (vf) de 1 000 \$, pour 5 périodes, au taux de 10 %. Comme nous savons que 1 000 \$ est un montant unique, c'est la table pour un versement unique qu'il faut utiliser.



Où puis je trouver ça ?

**Il existe quatre tables de mathématiques financières :**

- Table d'actualisation d'un versement unique
- Table d'actualisation de versements multiples
- Table de capitalisation d'un versement unique
- Table de capitalisation de versements multiples

On trouve le facteur qui pourra multiplier le 1 000 dans la table de capitalisation d'un versement unique à l'intersection de la colonne 10 % et de la ligne 5 périodes. Avec le facteur 1,61051, le calcul se fait de la façon suivante :

$$1\ 000 \$ * 1,61051 = 1\ 610,51 \$$$

**Si j'investis 1 000 \$ aujourd'hui, je recevrai 1 610,51 \$ dans 5 ans étant donné que le taux d'intérêt est de 10 %.**

La valeur actuelle (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux de rendement (10 %) sont les valeurs connues. Lorsqu'on désire utiliser une calculatrice financière, on représente les données de la même façon que lorsqu'on utilise les tables de mathématiques financières. On utilise les symboles suivants :

Vf = Valeur future recherchée  
 $\bar{x}$  | = Le nombre sous le crochet (x) indique le nombre de période  
 $\bar{x}$  | y = Le nombre après le crochat (y) indique le taux d'intérêt

Ainsi:  $1\ 000 * Vf = x$   
 $\bar{5}$  | 10%

Cette équation signifie qu'on cherche la valeur future (vf) de 1 000 \$, pour 5 périodes, au taux de 10 %.



Mais, comment dois-je faire avec ma calculatrice ?

**À l'aide d'une calculatrice financière, j'entre les données connues et la fonction correspondante doit être ajoutée après chacune de ces données. La fonction « Comp » sélectionnée indique que la prochaine touche est la donnée recherchée. Voici la signification des touches :**

N = nombre de période  
1/y = taux d'intérêt (c'est la touche « i » pour certaine calculatrice)  
PV = Valeur présente  
FV = Valeur future  
Comp = Indique que la fonction suivante sera ce qui est recherché

Attention: Toutes les calculatrices ne sont pas identiques. En cas de problème, veuillez vous référer au mode d'emploi de votre calculatrice.

Dans notre exemple, nous aurons :

1 000 / PV / 5 / N / 10 / 1/y / Comp / FV

Réponse: 1 610,51

**Si j'investis 1 000 \$ aujourd'hui, je recevrai 1 610,51 \$ dans 5 ans étant donné que le taux d'intérêt est de 10 %.**

Quand on parle de capitalisation de montants périodiques, on met en relation plusieurs montants de même valeur, investis ou encaissés à intervalles réguliers, avec une valeur future, c'est-à-dire incluant les intérêts gagnés avec le temps.

## Par exemple...

L'achat d'un mobilier, par versements de 1 000 \$ à la fin de chacune des 5 prochaines années, au taux d'intérêt de 10 %, peut-être comparé à un paiement unique dans 5 ans. Pour bien représenter les données du problème, il est très utile de dessiner une ligne de temps, telle que représentée ci-dessous, où les montants futurs se retrouvent au-dessus de la ligne, le montant actuel sous la ligne et le montant recherché étant représenté par un « ? » lorsque requis :

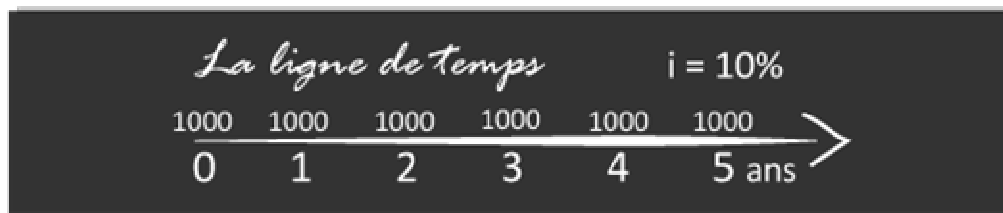


**Nous pouvons calculer cette valeur future avec une formule mathématique, avec une table d'actualisation ou, encore, avec une calculatrice financière. Allons voir...**

## Des montants périodiques à capitaliser - Avec une formule mathématique

Les versements périodiques (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux d'intérêt (10 %) sont les valeurs connues. Je peux déterminer la valeur future mathématiquement en capitalisant séparément chaque montant et en additionnant ceux-ci par la suite de la façon suivante :

Période	Montant à capitaliser	Valeur actuelle
Fin 1re année	$1000 * 1,10^4$ (il reste 4 périodes)	1 464,10
Fin 2e année	$1000 * 1,10^3$ (il reste 3 périodes)	1 331,00
Fin 3e année	$1000 * 1,10^2$ (il reste 2 périodes)	1 210,00
Fin 4e année	$1000 * 1,10^1$ (il reste 1 période)	1 100,00
Fin 5e année	$1000 * 1,10^0$ (déjà à la valeur future)	1 000,00
Total		6 105,10



Est-ce que je pourrais obtenir les mêmes résultats en utilisant un autre type de calcul un peu moins long ?



En effet. La formule suivante permet d'arriver plus rapidement au résultat.

$$PMT \left\{ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right\} = PV \quad || \quad 1\,000 \left\{ \frac{(1+0,10)^5 - 1}{0,10} \right\} = 6\,105,10$$

Où, PMT = Le versement périodique  
i = Le taux d'intérêt  
FV = La valeur future

**Il n'y a donc pas de différence entre payer 1 000 \$ à la fin de chacune des 5 prochaines années et payer 6 105,10 \$ dans 5 ans.**

Les versements périodiques (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux d'intérêt (10 %) sont les valeurs connues. Lorsqu'on désire faire des calculs avec les tables de capitalisation, on représente les données en indiquant les symboles suivants :

Vf = Valeur future recherchée  
 $\overline{x|}$  = Le nombre sous le crochet (x) indique le nombre de période  
 $\overline{x|y}$  = Le nombre après le crochat (y) indique le taux d'intérêt

Ainsi:  $1\ 000 * \overline{5|10\%} = x$

Cette équation signifie qu'on cherche la valeur future (vf) de 1 000 \$ investi à la fin de chacune des 5 périodes suivantes, au taux de 10 %. Comme on sait que le 1 000 \$ est un montant versé périodiquement, c'est la table de versements multiples qu'il faut utiliser.



Où puis je trouver ça ?

**Il existe quatre tables de mathématiques financières :**

- Table d'actualisation d'un versement unique
- Table d'actualisation de versements multiples
- Table de capitalisation d'un versement unique
- Table de capitalisation de versements multiples

On trouve le facteur qui pourra multiplier le 1 000 \$ dans la table de capitalisation de versements multiples, à l'intersection de la colonne 10 % et de la ligne 5 périodes. Avec le facteur 6,10510, le calcul se fait de la façon suivante :

$$1\ 000 \$ * 6,10510 = 6\ 105,10 \$$$

**Il n'y a donc pas de différence entre payer 1 000 \$ à la fin de chacune des 5 prochaines années et payer 6 105,10\$ dans 5 ans.**



Les versements périodiques (1 000 \$), la période (5 ans) et le taux d'intérêt (10 %) sont les valeurs connues. Lorsqu'on désire utiliser la calculatrice financière, on représente les données de la même façon que lorsqu'on utilise les tables de mathématiques financières. On utilise les symboles suivants :

Vf = Valeur future recherchée  
 $\bar{x}$  | = Le nombre sous le crochet (x) indique le nombre de période  
 $\bar{x}$  | y = Le nombre après le crochat (y) indique le taux d'intérêt

Ainsi:  $1\ 000 \cdot Vf \overline{5} | 10\% = x$

**À l'aide d'une calculatrice financière, j'entre les données connues et la fonction correspondante doit être ajoutée après chacune de ces données. La fonction « Comp » sélectionnée indique que la prochaine touche est la donnée recherchée. Voici la signification des touches :**



Mais, comment dois-je faire avec ma calculatrice ?

N = nombre de période  
1/y = taux d'intérêt (pour certaine calculatrice, c'est la touche « i » )  
FV = Valeur future  
PMT = Paiement (ou montant périodique)  
Comp = Indique que la fonction suivante sera ce qui est recherché

Attention : Toutes les calculatrices ne sont pas identiques. En cas de problème, veuillez vous référer au mode d'emploi de votre calculatrice.

Dans notre exemple nous aurons :

1 000 / PMT / 5 / N / 10 / 1/y /Comp / FV

Réponse: 6 105,10

**Il n'y a donc pas de différence entre payer 1 000 \$ à la fin de chacune des 5 prochaines années et payer 6 105,10 \$ dans 5 ans.**



Des termes à connaître



Utiliser des tables de capitalisation



Utiliser une calculatrice financière





Brealey, R. et Myers, S. C. (2004). *Principes de la gestion financière* (7e éd.). Montréal : Chenelière Education.

Fredon, D. (2007). *Mathématiques financières* (3e éd.). Paris : Dunod.

Jokung-Nguena, O. (2004). *Mathématiques et gestion financière, applications avec exercices corrigés*. Paris : De Boeck.

Justens, D. et Rosoux, J. (1995). *Introduction à la mathématique financière*. Paris : De Boeck.

Masiéri, W. (2008). *Aide-mémoire de mathématiques financières* (2e éd.). Paris : Dunod.